

Optica geométrica

La óptica geométrica sólo toma de la física la ley de Snell. Todo se trata en términos de rayos de luz, aunque los frentes de onda son mencionados como superficies normales a un haz de rayos. La aplicación sistemática de la ley de Snell permite trazar un rayo, es decir, seguir su camino a lo largo de un sistema óptico, y así evaluar y mejorar su funcionamiento.

Trazado de rayos a través de un sistema óptico centrado

La mayoría de los sistemas ópticos están formados por superficies coaxiales de revolución. Llamaremos a esas superficies "dioptras", y un espejo también es una dioptra.

En tales casos el trazado de rayos es relativamente simple.

En la Fig 4.1 se ve un típico sistema óptico centrado. Está caracterizado por una secuencia de cuatro parámetros pertenecientes a cada superficie i

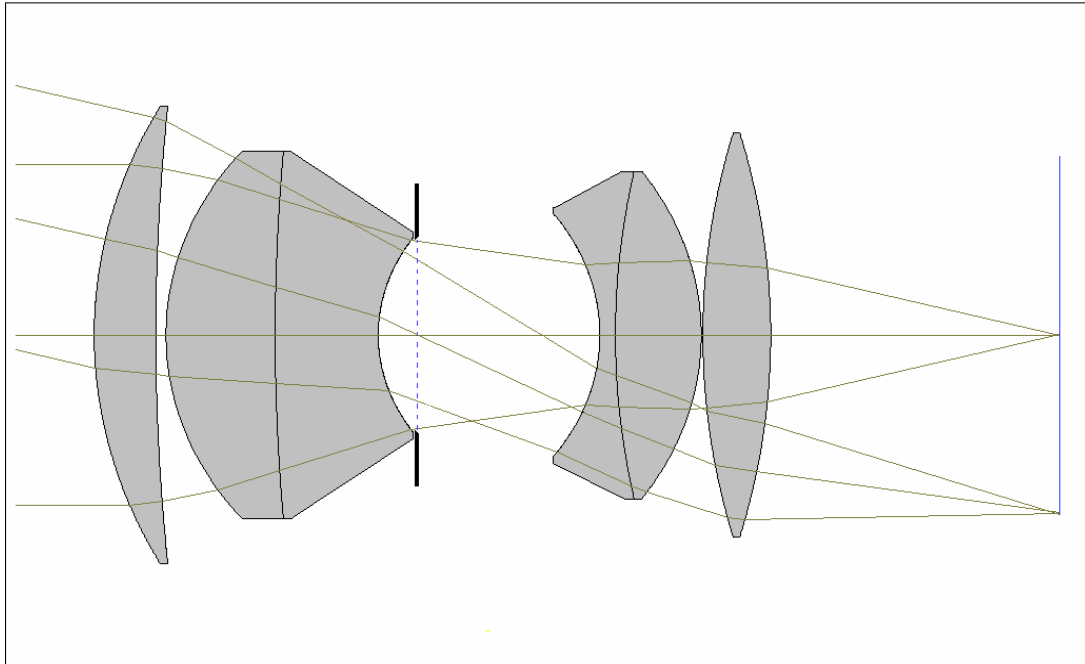


Fig. 4.1

Convención de prescripciones.

Para definir un s.o.c. se necesita un listado de sus parámetros. En este punto la literatura es irregular. Adoptaremos una forma lógica.

Los parámetros se listan en columnas de acuerdo al formato

i	Radio curv.	Radio claro	Distancia	Vidrio.	Coment.
-----	-------------	-------------	-----------	---------	---------

i es el número de superficie

En la columna "Vidrio", puede aparecer el índice siguiente a la superficie o el nombre del vidrio para calcular su índice en varias λ . Si aparece "1" o "-1" (ver abajo), ese espacio es de aire.

El índice delante de la primera superficie debe ser especificado por separado.

La última columna es usada para cualquier comentario respecto de esa superficie, por ejemplo, si es diafragma, esférico, etc.

Para este caso, por ejemplo, la prescripción es

i	Radio curv.	Radio claro	Distancia	Vidrio	Coment.
1	72.62	34	7.9	BASF51	
2	379.36	34	1.3	1	
3	43.22	28	14	LAKN7	
4	355.75	28	13.2	SF1	
5	25.6	14.5	5	1	
6	0	14	23.4	1	diafragma
7	-30.27	18	2	BASF2	
8	124.81	25.5	11	LAF2	
9	-42.63	25.5	0.2	1	
10	118.05	30	8.7	LAF2	
11	-115.61	30	-	1	

En las fórmulas aparecen las curvaturas $c = 1/R$ porque son siempre acotadas, pero para un apreciación por el constructor es mejor el radio de curvatura. Para una superficie plana, puede ponerse, por ejemplo, " ∞ ", o (simbólicamente) "0"

La prescripción es complementada con datos tales como las unidades de medida, la posición del objeto, el intervalo de longitudes de onda de trabajo, el índice del primer medio si no es 1, etc.

En algunos programas el objeto y la imagen son definidos como superficies.

El signo de los radios de curvatura obedece una convención que será explicada después.

El s.o.c. establece una correspondencia entre el objeto y su imagen.

Si todos los rayos se propagan cerca del eje, son llamados paraxiales y la correspondencia es perfecta, es decir, punto a punto. Los sistemas prácticos deben aceptar rayos lejos de las condiciones paraxiales, y ellos no convergen a un punto, sino a una región de máxima concentración con extensión finita.

El diagnóstico y la cura parcial de esta falla (aberración es el nombre consagrado), se hace con el trazado de rayos.

El procedimiento requiere una gran masa de computación numérica sólo accesible con computadoras modernas, pero hay métodos analíticos desarrollados pacientemente en el pasado, que tienen el valor de dar una idea más clara sobre el comportamiento de la aberración, descomponiéndola en varios tipos, analizando sus variaciones, y señalando las contribuciones de cada superficie.

Trazado de rayos meridionales.

Los rayos que se propagan en un plano que contiene el eje son llamados meridionales

La imagen tiene muchos otros, pero éstos son más simples de trazar, y son suficientes para muchos casos.

En las Fig. 4.2 y 4.3 se ilustran las fórmulas.

Un rayo incidente en la primera superficie está definido por un segmento Q, desde el vértice de la superficie hasta el rayo, intersectándolo normalmente, y el ángulo U respecto del eje.

En la superficie éste forma un ángulo I de incidencia y uno I' de refracción, y toma una nueva pendiente U'

Convenciones de signos.

Para seguir la literatura se establece la siguiente:

- 1- La luz incide desde la izquierda.
- 2- Los ángulos U y U' son positivos si se va del eje al rayo con un giro horario.
- 3- Los ángulos I , I' son positivos si se va de la normal al rayo con un giro antihorario.
- 4- Las curvaturas son positivas si la concavidad da hacia la derecha.
- 5- Las coordenadas tienen sus signos usuales de la geometría, con origen en la intersección del eje con la superficie.

La convención sobre el signo de la curvatura es consistente con la geometría analítica: Si se desarrolla una superficie cerca del origen es $x = y^2 / 2\bar{R}$, donde \bar{R} es el radio de

curvatura en el vértice, y el signo de x es el mismo que el de \bar{R}

La convención sobre U no es consistente con el signo de la pendiente del rayo, pero será justificada más adelante al tratar rayos paraxiales

De un examen de las figuras resulta

Refracción

$$(4.1) \quad \bar{Q} = \bar{R} \operatorname{sen} l + \bar{R} \operatorname{sen} U$$

Luego

$$(4.2) \quad \operatorname{sen} l = \bar{Q} c - \operatorname{sen} U$$

También

$$(4.3) \quad \operatorname{sen} l' = \frac{n}{n'} \operatorname{sen} l$$

Aplicando rotaciones sucesivas

$$(4.4) \quad U' = U + l - l'$$

Poniendo primas a (4.1)

$$(4.5) \quad \bar{Q}' = \frac{\operatorname{sen} l' + \operatorname{sen} U'}{c}$$

Transporte

$$(4.6) \quad \bar{Q}_1 = \bar{Q}' - d \operatorname{sen} U'$$

Se comienza con \bar{Q}, U y se llega

a $\bar{Q}_1, U_1 = U'$ para repetir el proceso con la superficie siguiente.

La prima es para indicar una cantidad después de la refracción, y el subíndice 1 es para indicar una cantidad asociada a la superficie siguiente.

Debería ser $i + 1$, pero se abrevia así.

Si se desea programar estas fórmulas, debe modificarse la (4.5) porque diverge cuando $c = 0$

Pero si de programar se trata, es preferible usar las fórmulas de trazado general que se describen más adelante.

Las fórmulas meridionales fueron desarrolladas para calculadoras mecánicas, y aquí sólo tienen valor como introducción al trazado paraxial.

Rayos paraxiales.

Si los rayos se mantienen a distancia infinitesimal del eje, se llaman paraxiales. Deben cumplir dos condiciones

1- Incidir cerca del eje, o sea $\bar{Q} \rightarrow 0$

2- Incidir con ángulo pequeño, o sea $U \rightarrow 0$, porque sino al propagarse dejarían de cumplir con la anterior condición. También implica $l \rightarrow 0$

Resulta $\bar{Q} \rightarrow \bar{Q}' \rightarrow y =$ altura o distancia al eje

Denotando con minúsculas las correspondientes cantidades, las fórmulas (4.2) - (4.6) se transforman en

$$(4.7) \quad i = y c - u$$

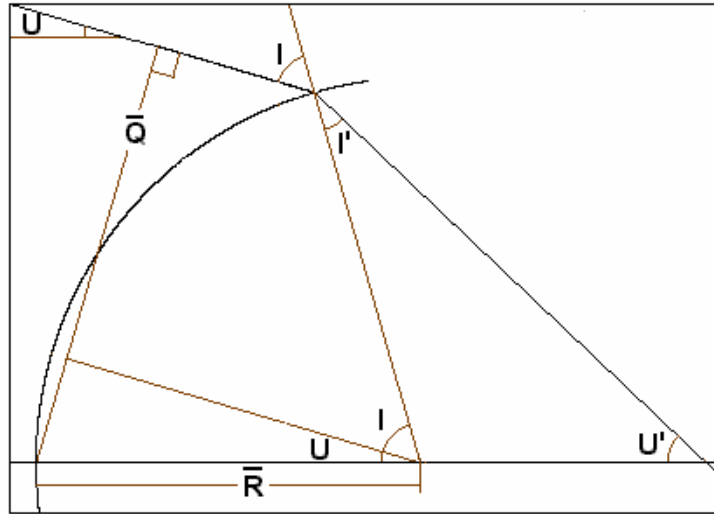


Fig. 4.2

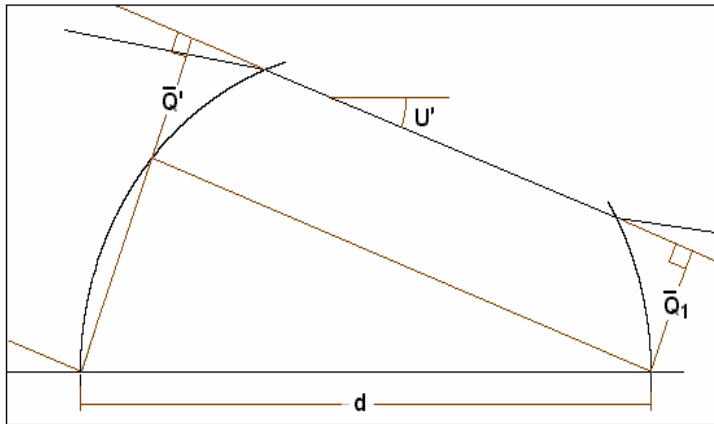


Fig. 4.3

$$(4.8) \quad i' = \frac{n}{n'} i$$

$$(4.9) \quad u' = u + i - i'$$

$$(4.10) \quad y_1 = y - d u'$$

La (4.5) es redundante. Eliminando i, i' resulta

$$(4.11) \quad n' u' = n u + (n' - n) y c$$

Las dos últimas fórmulas son de inmensa importancia práctica porque permiten un cálculo numérico aproximado y rápido de la *posición* de la imagen.

Al usar las fórmulas paraxiales con datos numéricos, dejan de ser paraxiales. Si se traza un rayo con las fórmulas exactas, la diferencia de los resultados es la aberración geométrica de ese rayo.

Es decir, los rayos paraxiales informan de la posición de la imagen pero no de su estructura.

Para apreciar los rayos paraxiales es útil imaginar que se trazan rayos exactos muy cercanos al eje sobre una lámina de goma. Entonces no se verán porque se confunden con el eje.

Ahora se estira la lámina de goma en sentido vertical, y aparecen con sus pendientes y alturas que dependen de las curvaturas, separaciones e índices. Pero entonces no se verán las curvaturas, porque se han estirado hasta convertirse en rectas.

Aplicaciones analíticas del trazado paraxial.

Debido a su simplicidad, las fórmulas de trazado paraxial se prestan a la obtención de expresiones algebraicas, y son la fuente de innumerables relaciones matemáticas. Es necesario usar el método flúidamente porque sino cualquier discusión se vuelve incomprensible, como puede comprobarse viendo la literatura especializada. Las fórmulas (4.10), (4.11), (4.22) son esenciales, y es exigible todo lo derivado de ellas. A continuación hay algunos ejemplos.

Dioptra elemental (Fig. 4.4)

Reemplazando $u = \frac{y}{s} < 0$ y $u' = \frac{y}{s'}$ en (4.11) es

$$(4.12) \quad \frac{n'}{s'} = \frac{n}{s} + (n' - n) c$$

Aquí encontramos una justificación de la convención de signos para U, u
Quedan definidos por los signos de y, s .

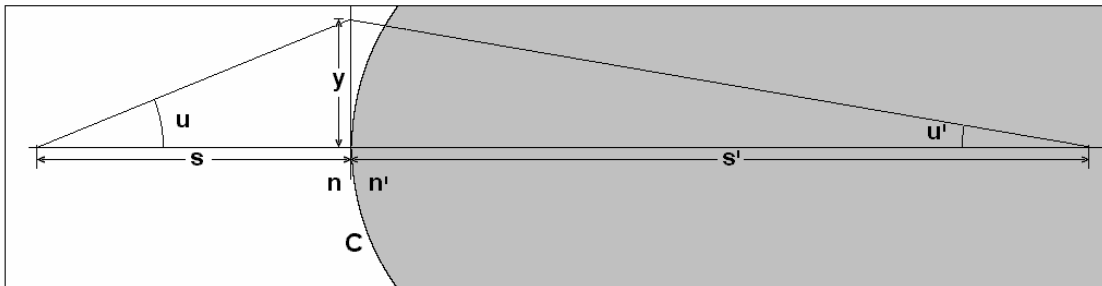


Fig 4.4

En este dibujo y en el siguiente se notan groseras inexactitudes, aquí por ejemplo la refracción no ocurre en la superficie sino en el plano tangente. Eso pasa por usar fórmulas paraxiales en un dibujo que no lo es, recordar lo de la lámina de goma.

Lente delgada en aire (Fig. 4.5)

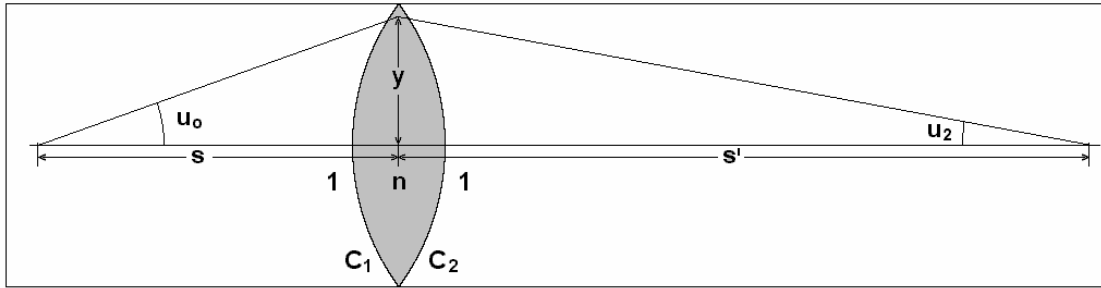


Fig. 4.5

Aplicando en sucesión las (4.11) y (4.10)

$$n u_1 = 1 u_0 + (n-1) y c_1$$

$y_2 \approx y_1 = y$ debido a que $d \approx 0$

$$1 u_2 = n u_1 + (1-n) y c_2$$

$$= u_0 + (n-1) y c_1 + (1-n) y c_2, \quad \text{resulta}$$

$$(4.13) \quad \frac{1}{s'} = \frac{1}{s} + (n-1)(c_1 - c_2)$$

Esto suele llamarse la fórmula de Gauss y del constructor.

Si $s \rightarrow \infty$, $s' \rightarrow f'$ y si $s' \rightarrow \infty$, $s \rightarrow f$

Si la lente está en el aire es

$$(4.14) \quad -\frac{1}{f} = \frac{1}{f'} = (n-1)(c_1 - c_2)$$

De ahora en más llamaremos f a f' por conveniencia tipográfica.

Una lente es delgada cuando su espesor es despreciable frente a sus radios de curvatura y no al radio de la lente. En este dibujo, la grosería consiste en considerar delgada esa lente, y que las dos refracciones tienen lugar en el medio.

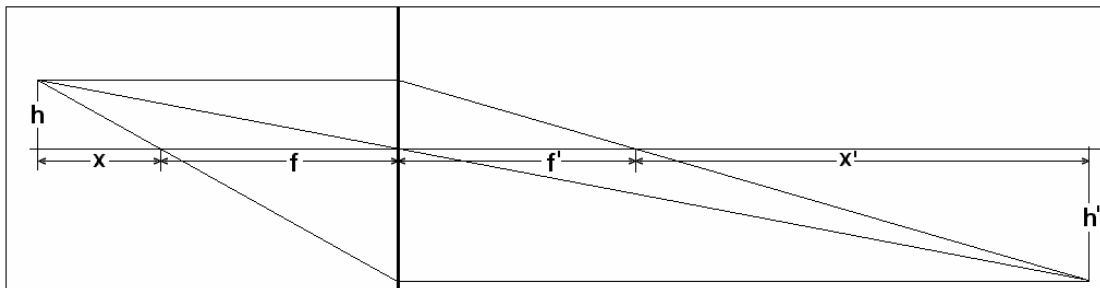


Fig 4.6

Construcciones gráficas (Fig. 4.6).

Este diagrama está en todos los libros elementales. Todos lo aprendimos en la escuela, pero nadie nos dijo que eran fórmulas paraxiales.

Por similitud de triángulos resulta

$$(4.15) \quad m = \frac{h'}{h} = \frac{-f}{x} = \frac{x'}{f}$$

Y la fórmula de Newton

$$(4.16) \quad x x' = -f f'$$

Con este diagrama se discute el funcionamiento básico de la lupa, el telescopio y el microscopio.

Ejercicio

A qué distancia de una pantalla debe colocarse una lente de distancia focal f si la separación entre objeto e imagen es D ?

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{s} + \frac{1}{f}, \quad s' - s = D$$

Sustituyendo, la ecuación cuadrática tiene las raíces

$$(4.17) \quad s' = \frac{1}{2} \left(D \pm \sqrt{D^2 - 4Df} \right)$$

Hay dos posiciones, que se reducen a una si $D = 4f$. Si $D < 4f$ no hay ninguna.

Lente gruesa y planos principales (Fig. 4.7).

Sea $u_0 = 0$ (rayo paralelo al eje).

Como de costumbre,

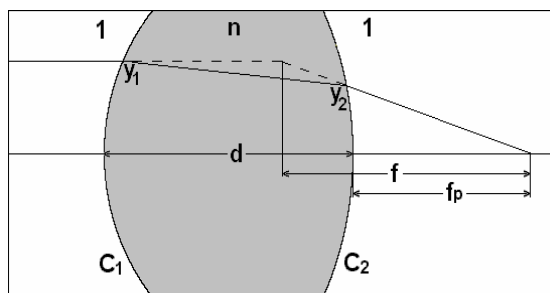
$$nu_1 = 0 + (n-1)y_1c_1$$

$$y_2 = y_1 - du_1$$

$$= y_1 \left(1 - \frac{n-1}{n} c_1 d \right)$$

$$u_2 = nu_1 + (1-n)y_2c_2$$

$$= y_1(n-1)c_1 + y_1(1-n) \left(1 - \frac{n-1}{n} \right) d c_1 c_2$$



$$(4.18) \quad \frac{u_2}{y_1} = \frac{1}{f} = (n-1) \left(c_1 - c_2 + \frac{n-1}{n} d c_1 c_2 \right)$$

Fig 4.7

Si $d \rightarrow 0$ vuelve (4.14). Notar que f es la distancia focal de una lente delgada equivalente que estuviera colocada en la intersección de las prolongaciones de los rayos. No es la distancia entre la última superficie y el foco. Esta se llama f_p , distancia focal posterior, y puede ser calculada por una rutina similar. f se llama distancia focal efectiva, y define el segundo plano principal.

El primero se obtiene del mismo modo, dando vuelta la lente. Las relaciones entre imagen y objeto son las mismas que para la lente delgada, si descontamos la distancia entre los planos principales.

Espejos

Las fórmulas son válidas para espejos si todas las distancias d y los índices n que siguen a una reflexión cambian de signo. Por ejemplo, si un vidrio tiene plateada su cara posterior, es $n = 1.5$ (digamos) y $n' = -1.5$.

El índice relativo de un espejo es -1 .

Reflexión

Los espejos nos muestran tal como somos. Por eso mucha gente los odia. (Dijo J. L. Borges) Pero sabiendo usarlos, descubren nuevos mundos. (Responden los astrónomos)

Ejemplo

Telescopio Cassegrain (Fig. 4.8).

Llamaremos Cassegrain a una configuración con espejo primario cóncavo y secundario convexo, sin importar el perfil detallado de los espejos.

Sea $n_0 = 1$, $n_1 = -1$, $n_2 = 1$, $u_0 = 0$

$$-u_1 = 0 + (-1-1)y_1c_1$$

$$u_1 = 2y_1c_1$$

$$y_2 = y_1 - du_1$$

$$= y_1 - 2dy_1c_1$$

$$(4.19) \quad \begin{aligned} u_2 &= -2 y_1 c_1 + 2 c_2 (y_1 - 2 d y_1 c_1) \\ \frac{u_2}{y_1} &= \frac{1}{f} = 2 (c_2 - c_1 - 2 d c_1 c_2) \end{aligned}$$

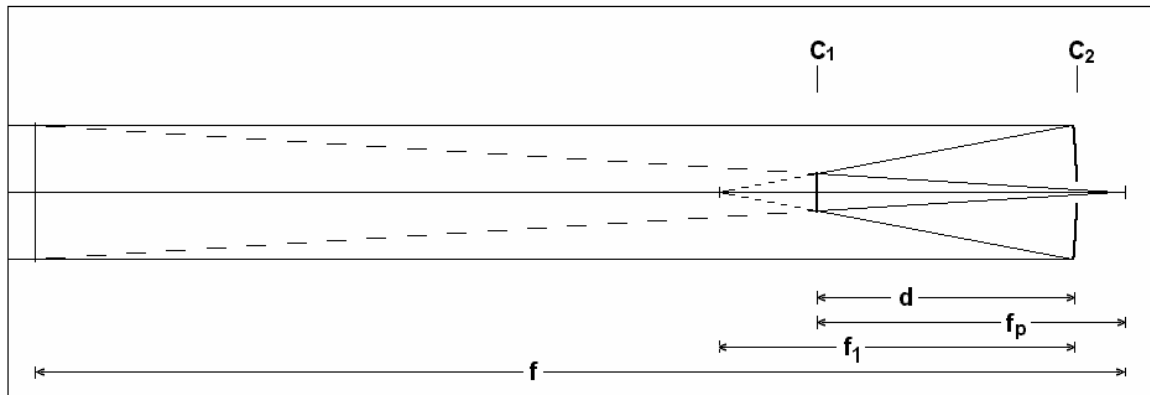


Fig 4.8

Para un cálculo numérico recordar que $d < 0$

Enfoque del Cassegrain

Un pequeño corrimiento del secundario produce uno mayor en la imagen, por lo que en los telescopios Cassegrain el enfoque es a menudo hecho moviendo el secundario.

Es conveniente entonces encontrar la distancia focal posterior, entre el secundario y la imagen.

Esta es

$$(4.20) \quad f_p = \frac{y_2}{u_2} = \frac{1}{2} \frac{1 - 2 d c_1}{c_2 - c_1 - 2 d c_1 c_2}$$

Para encontrar el factor de amplificación, derivamos respecto a d , y la expresión se transforma así

$$(4.21) \quad \begin{aligned} \frac{df_p}{dd} &= \frac{-4 c_1 (c_2 - c_1 - 2 d c_1 c_2) + (1 - 2 d c_1) 4 c_1 c_2}{4 (c_2 - c_1 - 2 d c_1 c_2)^2} \\ &= \frac{-4 c_1 c_2 + 4 c_1^2 + 8 c_1^2 d c_2 + 4 c_1 c_2 - 8 c_1^2 d c_2}{\frac{1}{f^2}} \\ &= (2 c_1 f)^2 = \left(\frac{f}{f_1} \right)^2 \end{aligned}$$

La relación f/f_1 suele llamarse "factor de telefoto", que permite una distancia focal larga dentro de una longitud física pequeña. La Fig 4.8 es proporcional al telescopio del CASLeo y se aprecia esta característica, muy necesaria en los telescopios grandes.

Ejemplo del ejemplo

Telescopio del CASLeo

$$R_1 = -11.176 \text{ m} \quad R_2 = -4.432 \text{ m} \quad d = -4.051 \text{ m}$$

$$\text{Resulta} \quad f = 18.237 \text{ m} \quad f_p = 5.016 \text{ m} \quad f_1 = 5.588 \text{ m}$$

$$\left(\frac{f}{f_1} \right)^2 = 10.65$$

O sea, si el secundario se aleja del primario en 1 mm , es $dd = -1\text{ mm}$. (d va de -4.051 m a -4.052 m). La cantidad positiva f_p varia en -10.65 mm . (El foco se corre hacia el secundario).

Pero esto se refiere al secundario. En un instrumento montado en la culata del telescopio el desplazamiento es -11.65 mm .

Más sobre este telescopio.

Cuánto debe desplazarse el ocular para enfocar una corriente de aire turbulenta a una altura de 5000 o 10000 m ?

Como esta distancia es $\gg f$, puede usarse la fórmula de Newton (4.16), con $x = 5000$ o 10000 m . Resulta $x' = 66\text{ mm}$ o 33 mm , respectivamente.

Sí, el ocular, porque eso se ve mejor con el ojo que con cualquier otro detector.

Sistemas de lentes delgadas.

En una lente delgada es

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{s} + \frac{1}{f}$$

Siendo $s = \frac{y}{u}$; $s' = \frac{y}{u'}$; resulta

(4.22)
$$u' = u + \frac{y}{f}$$
 , que reemplaza la (4.11)

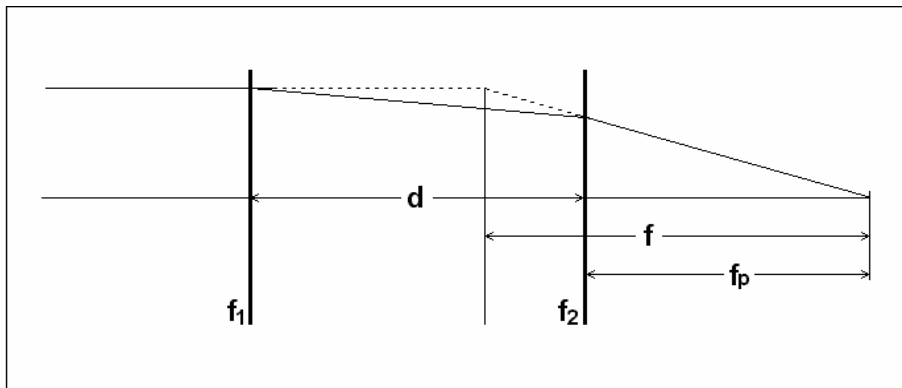


Fig. 4.9

Para una combinación de dos lentes delgadas separadas por una distancia d

$$u_1 = 0 + \frac{y_1}{f_1}$$

$$y_2 = y_1 - d u_1$$

$$u_2 = u_1 + \frac{y_2}{f_2} = \frac{y_1}{f_1} + \frac{y_1 - d \frac{y_1}{f_1}}{f_2}$$

(4.23)
$$\frac{u_2}{y_1} = \frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2}$$

Las lentes delgadas se muestran como segmentos rectos recordando aquello de la lámina de goma.

Invariante de Lagrange

Trazando dos rayos paraxiales arbitrarios, uno de ellos identificado con subíndice p , para cualquier superficie vale

(4.24)
$$n' u' = n u + (n' - n) y c$$

(4.25)
$$n' u'_p = n u_p + (n' - n) y_p c$$

O sea

$$(4.26) \quad (n' - n)c = \frac{n' u' - n u}{y} = \frac{n' u'_p - n u_p}{y_p}$$

$$(4.27) \quad n u y_p - n u_p y = n' u' y_p - n' u'_p y$$

Es decir, la cantidad

$$4.28) \quad l = n u y_p - n u_p y$$

es invariante al atravesar una superficie. Es fácil demostrar que también es invariante al pasar de una superficie a otra.

Suele ser usado en el trazado analítico para no trazar rayos de más. Aplicado en los planos objeto e imagen podemos tomar el rayo p como el que viene de la punta del objeto, y el que viene de la base sin subíndice. En el objeto y la imagen es $y = 0$, e y_p su altura h .

Resulta

$$(4.29) \quad (h n u)_{\text{objeto}} = (h n u)_{\text{imagen}}$$

Apertura, campo y pupila paraxiales

Como se ha visto, todo sistema óptico centrado formador de imágenes puede asimilarse a una dioptra equivalente. Cuando es efectivamente una dioptra, la captación de energía luminosa es proporcional a su área, o cuadrado del radio claro. A éste lo llamamos semiapertura. Cada punto de un objeto extenso envía un cono de rayos definidos por el borde de la apertura. El rayo central del cono proveniente de la punta del objeto a altura h se llama rayo principal, y pasa por el centro de la apertura con ángulo u_p . Si el objeto está en el infinito, (objetos astronómicos) sólo hay ángulos.

En ambos casos llamamos ángulo de semicampo al que forma el rayo principal y el eje.

En el caso general de sistema compuesto, hay que definir la apertura. Por ejemplo, sea el objetivo fotográfico de la Fig. 4.1. Por lo general, tiene un grupo de lentes delante y otro detrás de un diafragma de radio ajustable (la superficie ficticia $N^o 6$), que impone un límite al cono de rayos incidente. Si lo miramos de frente, vemos el diafragma a través del primer grupo de lentes, o sea, vemos la imagen virtual del diafragma dada por ese grupo.

Del mismo modo, cuando miramos a los ojos de alguien, vemos la imagen del diafragma iris a través de la córnea, y a esto lo llamamos pupila.

Perdón si la óptica geométrica destruye la magia de mirar a los ojos.

El radio de la pupila es lo que define la apertura. En el objetivo fotográfico el nombre completo es "pupila de entrada", porque mirando desde atrás, también aparece una pupila de salida.

Un caso interesante es un telescopio visual. La pupila de salida es el círculo que se ve mirando hacia el ocular con el telescopio apuntando al cielo diurno.

Si se desea observar objetos tenues, como nebulosas, el diámetro de ese círculo no debe ser mayor que el de la pupila del ojo, para no perder luz. Como el aumento del telescopio está dado por el cociente de los diámetros de las pupilas de entrada y salida, esta condición define un aumento, el aumento equipupilar. Por otra parte, si se desea obtener la máxima resolución sobre objetos brillantes, el disco de Airy producido por el objetivo debe subtender sobre la retina un ángulo del orden de $1'$, que es la resolución de un ojo normal solo (aumento resolvente).

El aumento equipupilar suele ser menor que el resolvente porque la pupila se dilata bajo luz tenue.

(Recuerdos de una época en que los astrónomos miraban por los telescopios)

La parte negra dentro del límite de la pupila es la retina, en el fondo del ojo. Si se ilumina con un haz intenso se forma un punto luminoso en ella, y la luz reflejada vuelve a salir en dirección inversa. Esto se ve claramente en los gatos y perros iluminados de noche con una linterna; los ojos aparecen de un color verde intenso, que es el color de la retina. En los humanos es más débil, de color púrpura y se ve en las fotografías tomadas con flash. Si uno pasea de noche por un bosque con una linterna cerca de los ojos, es posible ver brillar los ojos de todos los animalitos que lo estén mirando a uno.

(¡ Hasta las arañas !).

El diafragma puede no existir como ente físico separado, pero siempre hay un elemento cuyo borde limita el ancho del haz. Las pupilas y el diafragma son conjugados, es decir, son imágenes unos de otros. En esos planos todos los rayos principales pasan por el centro y en cualquier otra parte tienen diferentes alturas.

El procedimiento para hallar las pupilas un vez identificado el diafragma, es obvio: se traza un rayo paraxial desde su centro a través de las lentes anteriores y posteriores, y las intersecciones (o sus prolongaciones si la imagen es virtual) con el eje marcan la posición de las pupilas. Sus radios se definen trazando rayos desde el borde del diafragma, y son las alturas que tienen al intersectar los planos de las pupilas. O, si se quiere ahorrar trabajo, usando el invariante de Lagrange.

El rayo sin subíndice que va de la base del objeto al borde de la pupila de entrada se llama marginal. Con ambos rayos se obtiene toda la información sobre los valores de campo y apertura bajo los que opera el sistema óptico. En el sistema de la Fig. 4.1 se han graficado los haces definidos por los rayos principal y marginal.

Si el sistema se aparta mucho del régimen paraxial, todo lo dicho deja de aplicarse. Las pupilas se determinan con rayos exactos y se comportan de forma más compleja. Esto es muy notable en los objetivos gran-angulares extremos; la lente parece “seguirlo a uno con la mirada”.

Ejercicio

Determinar la pupila de salida del telescopio del CasLeo.

Este es un caso muy simple, porque el diafragma de apertura es el espejo primario.

Como es la primera superficie, es también la pupila de entrada. La pupila de salida es la imagen del espejo primario dada por el secundario. Basta entonces usar la fórmula de la dioptra (4.12), y para cumplir con el ritual de que la luz viene de la izquierda, damos vuelta el telescopio y ponemos un objeto en el centro del primario. Entonces es, revisando los datos anteriores:

$$n = 1, \quad n' = -1, \quad R = 4432, \quad d = 4051$$

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{d} + \frac{2}{R} \quad s' = \frac{Rd}{R + 2d} = 1432.4$$

El radio claro del primario es $h = 1075$,
luego

$$h' = \frac{s'}{s} h \quad h' = 380.1$$

La pupila de salida está a 1432.4 mm detrás del secundario (del lado que es cóncavo) y mide 380.1 mm de radio.

Lente de campo

La importante función de esta lente se entiende mejor con un ejemplo muy claro, un periscopio de submarino. Se trata de transportar una imagen a través de un tubo largo y estrecho manteniendo constante el aumento. En un ejercicio se vió que si el objeto está al doble de la distancia focal, la imagen también, y tiene aumento unitario.

Disponiendo una secuencia de lentes de igual distancia focal f separadas por una distancia $4f$, se puede transportar la imagen con aumento unitario, pero examinando la Fig. 4.10

(a) se ve que en la imagen siguiente los rayos inciden de forma muy excéntrica, lo que requiere una lente mayor iluminada parcialmente.

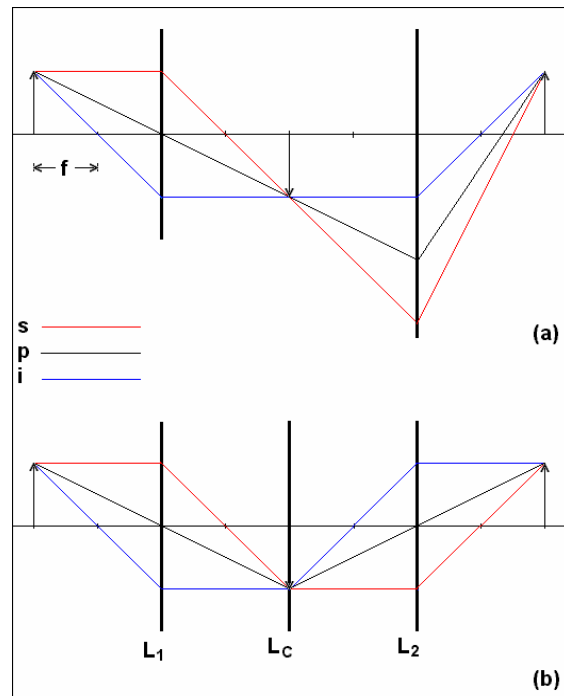


Fig. 4.10

Si se pretende formar una secuencia, esto conduce a una catástrofe óptica. En 4.10 (b), se intercaló una lente adicional igual a las otras en el plano imagen.

En ambas figuras está dibujado el rayo principal p y los s, i (superior e inferior). El rayo p es marginal para la lente intercalada, lo que indica que esta lente forma la imagen de la lente L_1 sobre la L_2

Ahora, a nivel paraxial, se puede repetir la secuencia indefinidamente.

La "lente de campo" es la intercalada, L_c

En general, se usa cuando en un sistema compuesto se forma una imagen intermedia, va sobre esta imagen, y forma una imagen de la pupila de salida del subsistema anterior sobre la pupila de entrada del siguiente.

Por razones prácticas, la lente de campo se coloca ligeramente desplazada de la imagen para que los defectos de su superficie no se superpongan a ésta.

En Astronomía se usa, por ejemplo, en los reductores focales. Estos sistemas aumentan la convergencia del haz directo para adecuar la imagen a un CCD. El primer subsistema es el telescopio, y luego de la imagen producida por éste hay un objetivo que puede ser de tipo fotográfico. En la imagen intermedia va una lente de campo.

Ejercicio (Fig. 4.11)

Este es un problema standard de resolución numérica aplicando las fórmulas (4.11) y (4.10) en forma secuencial. La prescripción es

i	Radio curv.	Radio claro	Distancia	Vidrio	Coment.
1	30	-	1	BK7	$n = 1.517$
2	-20	-	10		1
3	-20	-	-	-1	espejo

Los radios claros no importan porque es un cálculo paraxial.

Se trata de determinar la posición y tamaño de la imagen.

Las coordenadas del objeto son $x_o = -10, y_o = 1, (n_o = 1)$

Arbitrariamente asignamos una altura de incidencia en la primera superficie $y_1 = 1$

Para determinar la posición de la imagen tomamos un rayo desde la base del objeto.

Las cantidades obtenidas con la aplicación secuencial de las fórmulas son

i	y	u
1	1	-0.05455944
2	1.054559	-0.05550631
3	1.609623	-0.105456

La posición de la imagen es $x_i = y_3 / u_3 = -15.26346$ respecto de la última superficie?

No ! Aparece un problema, y es que la luz vuelve a pasar por segunda vez por la lente.

El sistema que representa lo que ocurre tiene dos superficies más.

A la prescripción anterior hay que agregarle

4	-20	-	-1	-BK7	$n = -1.517$
5	30	-	-	-1	

Y la distancia 3 no está indeterminada, es -10 . Resulta

4	0.555063	-0.07897452
5	0.4760885	-0.1280089

La posición de la imagen es $x_i = -3.719182$, su altura sale del invariante de Lagrange (4.29) y es $y_i = -0.7811956$.

En algunos programas se traza el rayo en forma no secuencial y se maneja este problema automáticamente

La figura representa un sistema real porque los errores del cálculo paraxial se pueden disimular en este caso

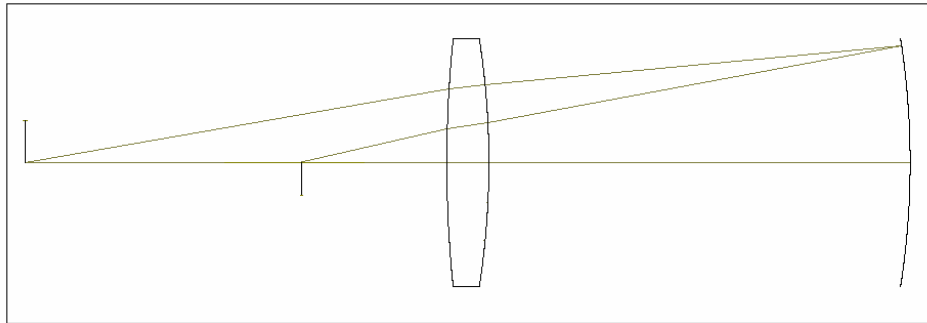


Fig 4.11

Aberración cromática

El índice de refracción de un vidrio depende de λ . Luego, a nivel paraxial, la posición de la imagen varía según el color. Esto se llamará aberración cromática o cromatismo. Puede caracterizarse esta aberración considerando las posiciones x_r y x_a de la imagen para dos colores r , a en los extremos del espectro (rojo y azul, por ejemplo).

Hay una aberración transversal, o lateral $y_r - y_a$ y una longitudinal, o axial $x_r - x_a$

En lo que sigue se usará el subíndice F para designar el azul, D el verde-amarillo y C el rojo. Las letras identifican líneas espectrales standard para medición de los índices.

A nivel paraxial, $y = u_p x$, donde u_p es la inclinación del rayo principal y x es la distancia entre el segundo plano principal y la imagen. (Si el objeto está en el infinito, es f , la distancia focal efectiva). Si esta distancia depende del color, aparece cromatismo lateral.

El cromatismo axial se da cuando la distancia entre la última superficie y la imagen varía según el color. Si el objeto está en el infinito, es f_p , la distancia focal posterior.

Acromatización

Veremos casos simples en los que se puede eliminar alguna de estas aberraciones.

Para una lente simple es

$$(4.30) \quad \frac{1}{f} = (n-1)(c_1 - c_2) = (n-1)k$$

Donde k no depende de λ .

En un sistema compuesto por dos lentes será, poniendo para abreviar,

$$(4.31) \quad k_1 = c_{1,1} - c_{2,1} \quad ; \quad k_2 = c_{1,2} - c_{2,2}$$

$$(4.32) \quad \frac{1}{f} = k_1(n_1 - 1) + k_2(n_2 - 1) - d k_1 k_2 (n_1 - 1)(n_2 - 1)$$

Si se quiere acromatizar en una cierta región espectral hay que anular la diferencial de esta expresión respecto de n_1 y n_2

Resulta

$$(4.33) \quad d = \frac{1}{k_1 k_2} \frac{k_1 \delta n_1 + k_2 \delta n_2}{(n_2 - 1) \delta n_1 + (n_1 - 1) \delta n_2}$$

Donde δn_1 es aproximadamente $n_{1F} - n_{1C}$, y similarmente δn_2

Si las lentes son del mismo vidrio,

$$(4.34) \quad d = \frac{k_1 + k_2}{2(n-1)k_1 k_2} = \frac{f_1 + f_2}{2}$$

Esta disposición, descubierta por Huygens, es usada en los oculares sencillos y corrige el cromatismo lateral o de aumento.

Acromatización de lentes delgadas

En este caso el problema es corregir el cromatismo longitudinal. El lateral es cero porque los planos principales coinciden con el plano de la lente delgada y $f = f_p$

Hay que usar vidrios diferentes y esto nos lleva al estudio de las propiedades ópticas de los vidrios.

Por (4.30) es

$$(4.35) \quad (n_F - n_C)k = \frac{1}{f_F} - \frac{1}{f_C} = \frac{f_C - f_F}{f_C f_F} \approx \frac{f_C - f_F}{f_D^2}$$

Luego

$$(4.36) \quad \frac{f_C - f_F}{f_D} = (n_F - n_C)k f_D = \frac{n_F - n_C}{(n_D - 1)} = \frac{1}{v_D}$$

Donde v_D es el llamado número de Abbe, (referido a la línea D) que indica la dispersión cromática de los índices para ese vidrio. Cuanto mayor es v , menos dispersa. Puede ponerse, para una lente simple

$$(4.37) \quad \left(\frac{\Delta f}{f} \right)_{\text{primario}} \approx \frac{1}{v_D}$$

Para acromatizar usamos un doblete (dos lentes pegadas)

$$(4.38) \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = (n_1 - 1)k_1 + (n_2 - 1)k_2$$

Si es acromático coinciden los focos F y C

$$(4.39) \quad \frac{1}{f_F} - \frac{1}{f_C} = (n_{F1} - n_{C1})k_1 + (n_{F2} - n_{C2})k_2 = 0$$

En función de los v , (f_D puede llamarse f sin confusión)

$$(4.40) \quad k_1 \frac{n_{D1} - 1}{v_1} + k_2 \frac{n_{D2} - 1}{v_2} = \frac{1}{v_1 f_1} + \frac{1}{v_2 f_2} = 0$$

O sea

$$(4.41) \quad \frac{f_1}{f_2} = -\frac{v_2}{v_1}$$

El diseño de un doblete acromático consiste en cumplir las ecuaciones (4.38) y (4.41), que dan

$$(4.42) \quad f_1 = \frac{v_1}{f(v_1 - v_2)} \quad \text{y} \quad f_2 = \frac{v_2}{f(v_2 - v_1)}$$

La acromatización sólo afecta la distribución de potencias de las lentes, pero sus radios de curvatura no están definidos únicamente. Eso se puede usar para otros fines, como hacer los radios interiores iguales para poder pegarlas, o la cara posterior plana para facilitar la construcción.

Hay un método para calcular unívocamente todos los radios de modo de anular la aberración esférica y la coma. (ver más abajo). Esto da el llamado objetivo de Fraunhofer y es lo mejor que se puede lograr con un doblete de caras esféricas

El espectro en una lente simple se despliega sobre un segmento de largo f/v

En un doblete acromático se repliega de modo que coinciden los colores extremos F y C , y el D queda a una distancia llamada espectro secundario.

Estimación del espectro secundario.

Dado que coinciden F y C , en las fórmulas puede usarse cualquiera, por ejemplo F .

$$(4.43) \quad \frac{1}{f_F} - \frac{1}{f_D} = (n_{F1} - n_{D1})k_1 + (n_{F2} - n_{D2})k_2 \approx \frac{f_F - f_D}{f_D^2} = \frac{\Delta f}{f^2}$$

$$(4.44) \quad = \frac{\Delta f}{f} ((n_{D1} - 1)k_1 + (n_{D2} - 1)k_2)$$

Aquí Δf es el espectro secundario

Luego

$$(4.45) \quad \left(\frac{\Delta f}{f} \right) = \frac{(n_{F1} - n_{D1})k_1 + (n_{F2} - n_{D2})k_2}{(n_{D1} - 1)k_1 + (n_{D2} - 1)k_2}$$

Porque el doblete está acromatizado, es

$$(4.46) \quad \frac{k_1}{k_2} = - \frac{n_{F2} - n_{C2}}{n_{F1} - n_{C1}}$$

Sustituyendo en la anterior resulta

$$(4.47) \quad \frac{\Delta f}{f} = \frac{- \frac{n_{F1} - n_{D1}}{n_{F1} - n_{C1}} + \frac{n_{F2} - n_{D2}}{n_{F2} - n_{C2}}}{- \frac{n_{D1} - 1}{n_{F1} - n_{C1}} + \frac{n_{D2} - 1}{n_{F2} - n_{C2}}}$$

Esta expresión complicada se trata en forma similar a la que resulta del espectro primario, definiendo una cantidad típica análoga al número de Abbe, que llamaremos dispersión parcial.

$$(4.48) \quad P_{FD} = \frac{n_F - n_D}{n_F - n_C}$$

Resulta

$$(4.49) \quad \left(\frac{\Delta f}{f} \right)_{\text{secundario}} = \frac{P_2 - P_1}{v_2 - v_1}$$

En resumen, conociendo los índices de refracción de los dos vidrios en las λ_{corta} , λ_{media} , λ_{larga} , se puede diseñar una lente acromática y estimar su espectro secundario.

El espectro primario de una lente simple puede variar entre $1/30$ y $1/70$ de su distancia focal. El espectro secundario de una compuesta suele ser del orden de $1/1600$ a $1/2000$ con combinaciones de vidrios comunes. Con combinaciones especiales se puede llegar a $1/25000$ en las llamadas apocromáticas.

Uso de catálogos

Las fábricas de vidrio óptico editan grandes catálogos que son referencia para estudiar todas las propiedades de los vidrios, no sólo las ópticas. El más antiguo y completo es el de Schott.

Se introduce allí una fórmula de interpolación que permite calcular con 5 decimales el índice de refracción. La llamada fórmula de Schott es

$$(4.50) \quad n^2 = A_0 + A_1 \lambda^2 + \frac{A_2}{\lambda^2} + \frac{A_3}{\lambda^4} + \frac{A_4}{\lambda^6} + \frac{A_5}{\lambda^8}$$

Donde λ debe ir en micrones. En cada hoja de catálogo hay una lista de los 6 coeficientes medidos sobre un conjunto de 18 valores de λ , además de tablas de índices.

Al diseñar una lente puede ser importante conocer la resistencia a los agentes atmosféricos, la dureza, el contenido de burbujas en la masa, el coeficiente de dilatación y el módulo de Young. (Al cementar dos lentes grandes se generan tensiones si varía la temperatura).

La nomenclatura standard de Schott para identificar un vidrio óptico es, por ejemplo

KzFS 1 – 613 443 , BK7– 517 642, etc.

Primero hay un código que se relaciona con la composición química.

Luego el primer grupo de tres cifras es $1000(n - 1)$, p.ej, $1.517 \rightarrow 517$

El segundo grupo es $10v$, p.ej, $64.2 \rightarrow 642$.

En los catálogos hay datos sobre las dispersiones parciales y se pueden buscar combinaciones apocromáticas con la fórmula (4.49)

Trazado de rayos generales

No es exigible que todo futuro astrónomo sepa esto, pero siempre hay (se espera) una fracción de astrónomos interesados en óptica, y a ellos o ellas les será útil.

Las fórmulas de trazado de rayos pueden ser más generales que las que se verán, y son la *última verdad* en óptica geométrica, computadora mediante. *Es importante rescatarlas antes que se pierdan en las entrañas de los programas enlatados.*

Los rayos meridionales son un conjunto particular de los rayos que forman la imagen.

El trazado general es más complejo, y las fórmulas sólo son útiles si se tiene en vista su programación.

Las ecuaciones serán desarrolladas para superficies de revolución coaxiales de cualquier forma, sin restringirse a las esferas.

Cada superficie está ligada a un sistema de coordenadas local con el eje x como el de revolución, Fig. 4.12.

El plano y, z que contiene el polo o vértice de la superficie se llama plano tangente polar

Un rayo incidente queda definido por 6 parámetros, (aunque uno es redundante) que son las coordenadas de un punto por donde pasa y sus cosenos directores, referidos al sistema de la primera superficie. Las tres primeras son las componentes de un vector desde el origen hasta el punto, y las otras son las componentes de un versor unitario en la dirección del rayo.

El trazado puede descomponerse en tres operaciones.

- 1- Intersección. Con el rayo en el plano tangente polar, llevarlo hasta la superficie.
- 2- Refracción. Determinar la nueva dirección del rayo.
- 3- Transporte. Llevar el rayo hasta el nuevo plano tangente polar.

Intersección.

Los datos iniciales del rayo son su posición y_0, z_0 en el plano tangente polar y sus cosenos directores k, l, m .

El procedimiento matemático difiere según que la superficie sea una cónica de revolución (cuádrica), o un asférico de orden superior. En el primer caso la intersección se logra con un método cerrado y exacto, y en el segundo se debe recurrir a una iteración.

En óptica, la mayoría de las superficies son cuádricas, con la esfera como caso dominante.

Dado que las fórmulas son más simples, las cuádricas se tratan por separado para acelerar el cálculo. Los datos finales de la intersección son las coordenadas x, y, z del punto de intersección, pero también deben calcularse los cosenos directores α, β, γ de la normal en ese punto, que luego servirán para definir la dirección del rayo refractado.

Intersección con cuádricas

Una cuádrica tiene como ecuación

$$(4.51) \quad f(x, y, z) = x - \frac{1}{2} c ((1 + b) x^2 + H) = 0,$$

Donde

$$H = y^2 + z^2$$

$c = 1/R$ es la curvatura en el vértice y tiene valor único sólo en ese lugar.

Si $c > 0$, la concavidad da sobre las x positivas.

R es el radio de curvatura.

b es un parámetro que define el tipo de cuádrica y lo llamaremos constante cítrica.

$b > 0$	Elipsoide chato (mandarina)
$b = 0$	Esfera (naranja)
$0 > b > -1$	Elipsoide largo (limón)
$b = -1$	Paraboloide
$b < -1$	Hiperboloide

Para las cuádricas cerradas la fórmula solo representa la primera mitad

El segmento de rayo \overline{TC} (Fig 4.12) tiene ecuación vectorial

$$(4.52) \quad \mathbf{S} = \mathbf{T} + \lambda \mathbf{u}$$

\mathbf{u} es el versor unitario sobre el rayo.

En componentes

$$(4.53) \quad x = x_0 + \lambda k$$

$$(4.54) \quad y = y_0 + \lambda l$$

$$(4.55) \quad z = z_0 + \lambda m$$

Sobre el plano tangente polar es $x_0 \equiv 0$, pero se retiene el símbolo porque en otros casos no lo es. λ es una distancia sobre el rayo, a determinar.

Como x, y, z satisfacen simultáneamente la ecuación del rayo y de la cuádrica, se cumple que

$$(4.56) \quad \lambda k - \frac{c}{2} \left((1+b)(\lambda k)^2 + (y_0 + \lambda l)^2 + (z_0 + \lambda m)^2 \right) = 0$$

(Aquí es explícitamente $x_0 \equiv 0$)

Descomponiendo la expresión y teniendo en cuenta que

$$(4.57) \quad k^2 + l^2 + m^2 = 1$$

Resulta

$$(4.58) \quad A \lambda^2 - 2 B \lambda + D = 0$$

Donde

$$(4.59) \quad A = c (1 + b k^2)$$

$$(4.60) \quad B = k - c (l y_0 + m z_0)$$

$$(4.61) \quad D = c (y_0^2 + z_0^2)$$

Las raíces de la ecuación son

$$(4.62) \quad \lambda = \frac{B \pm \sqrt{B^2 - A D}}{A}$$

La raíz que debe tomarse es la que corresponde a la hoja cercana. Se la identifica considerando el caso $c = 0$, en que la superficie se reduce al plano y, z ; y $\lambda = 0$

El signo $+$ da $\lambda = \infty$ y el signo $-$, una indeterminación tipo $0/0$. Se la remueve transformando la expresión de modo que desaparezca la raíz del numerador.

Resulta

$$(4.63) \quad \lambda = \frac{D}{B + \sqrt{B^2 - A D}}$$

La intersección está dada por las ecuaciones (4. 59), (4. 60), (4. 61), (4. 63), (4. 53), (4. 54), (4. 55)

Si $B^2 < A D$, λ es imaginario y el rayo no interseca la superficie

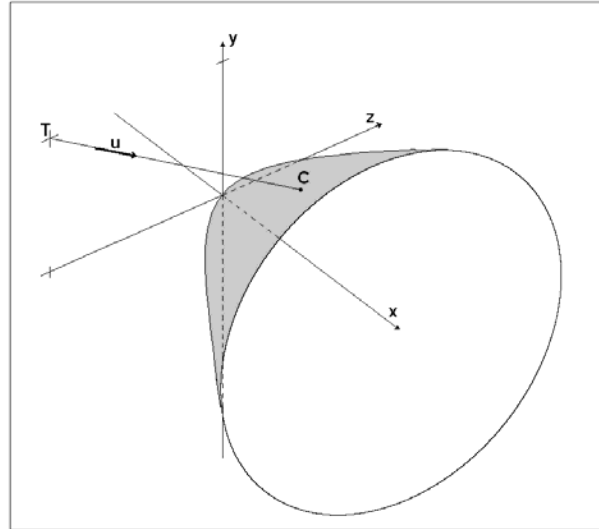


Fig. 4.12

Recta normal

Sea un desplazamiento $d\mathbf{s}$ sobre una superficie dada por $f(x, y, z) = 0$

Será

$$(4.64) \quad df = f_x dx + f_y dy + f_z dz = 0 = \nabla f \cdot d\mathbf{s}$$

Se emplea la notación usual

$$f_x = \partial f / \partial x, \text{ etc.}$$

El gradiente ∇f es entonces perpendicular a cualquier desplazamiento sobre la superficie.

Luego, ∇f está sobre la normal. Las componentes del vector unitario normal son las derivadas parciales normalizadas a 1

Llamándolas α, β, γ , es

$$(4.65) \quad \alpha = f_x / N$$

$$(4.66) \quad \beta = f_y / N$$

$$(4.67) \quad \gamma = f_z / N$$

Donde

$$(4.68) \quad N = \sqrt{f_x^2 + f_y^2 + f_z^2}$$

De (4.51) resultan

$$(4.69) \quad f_x = 1 - c(1+b)x$$

$$(4.70) \quad f_y = -c y$$

$$(4.71) \quad f_z = -c z$$

La normal está dada por ecuaciones (4.69), (4.70), (4.71), (4.68), (4.65), (4.66), (4.67)

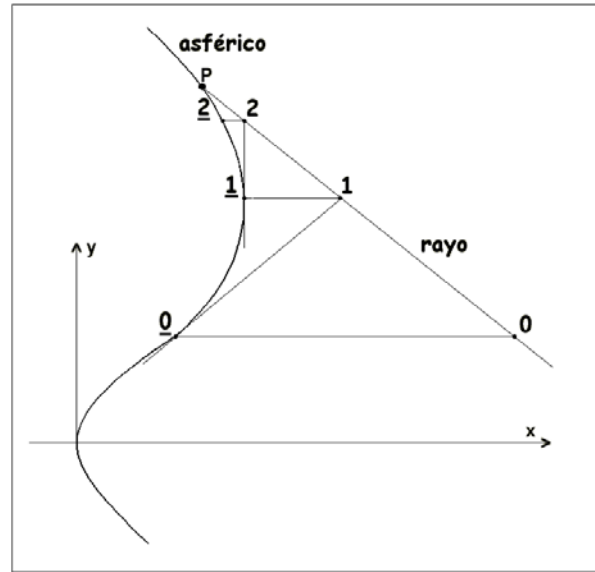


Fig. 4.13

Intersección con esférico de orden superior. (Hasta orden 8).

El método iterativo está ilustrado en la Fig 4.13, donde para simplificar se usó un rayo meridional. En el dibujo se exageró mucho la curva para mostrar las aproximaciones sucesivas sin que se confundan los puntos.

El punto P de intersección se busca mediante la secuencia de puntos $0, \underline{0}, 1, \underline{1}, 2, \underline{2}$,

Los puntos $0, 1, 2$ están sobre el rayo y no sobre el esférico, y los $\underline{0}, \underline{1}, \underline{2}$ están sobre el esférico y no sobre el rayo.

Dada la rápida convergencia, el punto 0 es arbitrario. (Aquí no está sobre el plano tangente polar también por claridad del dibujo).

Desde el punto $0(x_0, y_0, z_0)$ se pasa al $\underline{0}(x_0, y_0, z_0)$ reemplazando la x_0 calculada introduciendo y_0, z_0 en la ecuación (4.73), explícita del esférico. Luego se traza el plano tangente (4.74) por $\underline{0}$ y se busca la intersección del rayo con él. Esto da el punto $1(x_1, y_1, z_1)$.

Se pasa al $\underline{1}$ del mismo modo que al $\underline{0}$ y al 2 como al 1 . Se repite el proceso N veces hasta que $x_N - \underline{x}_N$ sea despreciable.

Ecuación explícita del esférico

Esta será tal que su primer término corresponda a una cuádrica y los siguientes a sus deformaciones de orden superior.

Como la superficie es de revolución alrededor del eje X, su desarrollo contiene sólo términos de grado par.

Resolviendo para x en (4.51), el primer término es

$$(4.72) \quad x = \frac{1 - \sqrt{1 - (1+b)c^2 H}}{c(1+b)}$$

Esta expresión se puede poner en forma alternativa del mismo modo que se pasa de (4.62) a (4.63), a la que se le agregan luego los términos de orden superior

$$(4.73) \quad x = \frac{cH}{1 + \sqrt{1 - c^2(1+b)H}} + dH^2 + eH^3 + fH^4$$

Plano tangente

Si en la ecuación (4.64) se reemplazan diferenciales por incrementos finitos y se normalizan las derivadas, resulta la ecuación del plano tangente

$$(4.74) \quad (x - x_0)\alpha + (y - y_0)\beta + (z - z_0)\gamma = 0$$

Esta es la ecuación del plano tangente que pasa por el punto $\underline{O}(x_0, y_0, z_0)$ y cuya normal tiene cosenos directores α, β, γ . Las derivadas se calculan con la ecuación explícita (4.73) en la forma

$$(4.75) \quad x - \frac{cH}{1 + \sqrt{1 - c^2(1+b)H}} - dH^2 - eH^3 - fH^4 = 0$$

Resulta

$$(4.76) \quad f_x = 1$$

$$(4.77) \quad f_y = -Gy$$

$$(4.78) \quad f_z = -Gz$$

Donde

$$(4.79) \quad G = \frac{c}{\sqrt{1 - (1+b)c^2H}} + 4dH + 6eH^2 + 8fH^3$$

La norma es

$$(4.80) \quad N = \sqrt{1 + G^2H}$$

Estos son los valores a reemplazar en las ecuaciones (4.65), (4.66), (4.67)

Aunque parezca más simple, no se puede derivar la función implícita (4.51) con el agregado de los términos de orden superior porque el desarrollo en serie de la cuádrica también contiene términos superiores, que habría que agregar a los otros.

Los términos superiores se definen como apartamientos de la cuádrica.

La intersección del plano tangente con el rayo se determina en forma similar a (4.56), reemplazando en (4.74) las ecuaciones del rayo que pasa por $(0, y_0, z_0)$, que son

$$(4.81) \quad x_1 = x_0 + \lambda k \quad (x_0 = 0)$$

$$(4.82) \quad y_1 = y_0 + \lambda l$$

$$(4.83) \quad z_1 = z_0 + \lambda m$$

Queda

$$(4.84) \quad (x_0 + \lambda k - x_0)\alpha + \lambda l\beta + \lambda m\gamma = 0$$

El valor de λ es aquí

$$(4.85) \quad \lambda = \frac{(x_0 - x_0)\alpha}{\alpha k + \beta l + \gamma m}$$

Las cantidades con subíndice 1 reemplazan a las con subíndice 0 y se repite el proceso, y no será ya $x_0 = 0$

La intersección iterada está dada por las ecuaciones (4.76), (4.79), (4.77), (4.78), (4.80), (4.65), (4.66), (4.67), (4.73), (4.85), (4.81), (4.82), (4.83).

La falta de intersección está señalada por la raíz en (4.73).

Refracción.

Forma vectorial de la ley de Snell

Sea \mathbf{N} el vector unitario normal a la superficie, \mathbf{u}, \mathbf{u}' los versores unitarios sobre los rayos incidente y refractado, y n, n' los respectivos índices de refracción.

La coplanaridad de $\mathbf{N}, \mathbf{u}, \mathbf{u}'$ se establece diciendo que existen tres parámetros a determinar, tales que

$$(4.86) \quad \lambda_1 \mathbf{u} + \lambda_2 \mathbf{u}' + \lambda_3 \mathbf{N} = 0$$

Definiendo $I =$ ángulo de incidencia, $I' =$ ángulo de refracción

Resulta, al multiplicar escalarmente por \mathbf{N}

$$(4.87) \quad \lambda_1 \cos I + \lambda_2 \cos I' + \lambda_3 = 0$$

Y si se multiplica vectorialmente por \mathbf{N}

$$(4.88) \quad \lambda_1 \operatorname{sen} I + \lambda_2 \operatorname{sen} I' = 0$$

Usando la ley de Snell

$$(4.89) \quad n \operatorname{sen} I - n' \operatorname{sen} I' = 0$$

Pueden determinarse los valores de $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$

$$(4.90) \quad \lambda_1 = n$$

$$(4.91) \quad \lambda_2 = -n'$$

$$(4.92) \quad \lambda_3 = n' \cos I' - n \cos I$$

La ecuación (4.86) permite despejar el versor \mathbf{u}'

$$(4.93) \quad \mathbf{u}' = \frac{n}{n'} \mathbf{u} + \left(\cos I' - \frac{n}{n'} \cos I \right) \mathbf{N}$$

El miembro derecho puede escribirse en términos de cantidades conocidas

$$(4.94) \quad \cos I = \alpha k + \beta l + \gamma m$$

$$(4.95) \quad \cos I' = \sqrt{1 - \frac{n^2}{n'^2} (1 - \cos^2 I)}$$

Llamando

$$(4.96) \quad \Omega = \cos I' - \frac{n}{n'} \cos I$$

Resultan las componentes de (4.93)

$$(4.97) \quad k' = \frac{n}{n'} k + \Omega \alpha$$

$$(4.98) \quad l' = \frac{n}{n'} l + \Omega \beta$$

$$(4.99) \quad m' = \frac{n}{n'} m + \Omega \gamma$$

La refracción está dada por ecuaciones (4.94), (4.95), (4.96), (4.97), (4.98), (4.99)

Si $\cos I'$ es imaginario en (4.95) el rayo experimenta reflexión total.

Transporte

Sean x, y, z las coordenadas en la superficie actual. El siguiente plano tangente polar está a distancia D_x del actual. Entonces, si y'_0, z'_0 son las coordenadas del rayo sobre el siguiente plano tangente polar.

$$(4.100) \quad D_x = x + \lambda k'$$

$$(4.101) \quad y'_0 = y + \lambda l'$$

$$(4.102) \quad z'_0 = z + \lambda m'$$

El valor de λ se obtiene de (4.100)

$$(4.103) \quad \lambda = \frac{D_x - x}{k'}$$

Las coordenadas de transporte al nuevo plano tangente polar están dadas por las ecuaciones (4.103), (4.101), (4.102).

Se quitan todas las primas y se procede con la superficie siguiente. Sobre el plano tangente polar se pueden aplicar translaciones y rotaciones.

Rayos perdidos

Se vió en qué condiciones algunos rayos pueden quedar eliminados en la intersección o refracción, pero esto se da raramente. La forma mas común de perderse rayos es cuando caen fuera del borde definido por el radio claro de alguna superficie, cuando el haz entra al sistema bajo oblicuidad grande. Esto produce una merma de la luminosidad de la imagen hacia el borde del campo, y se llama "viñeteo". Los rayos perdidos suelen tener aberraciones grandes y entonces la imagen mejora a expensas de la luminosidad.

Diagrama de puntos

Un gráfico de y, z en el plano imagen se llama diagrama de puntos. Es la más fiel representación de la imagen geométrica. Si la cantidad de rayos es grande y su distribución aleatoria, el diagrama semeja a una imagen actual tomada con película granulosa. Pero es un resultado final, y no queda indicio sobre en qué partes del sistema óptico se originaron las aberraciones.

Tampoco tiene en cuenta los efectos de difracción, y por esto es menos fiel en la medida que las aberraciones tienden a cero. La figura de difracción en presencia de aberraciones también puede modelarse, pero un criterio práctico válido en *casi* todos los casos es considerar un sistema "perfecto" cuando las aberraciones geométricas son del orden del disco de Airy.

Enfoque.

En un sistema bien corregido, la imagen cambia mucho en las cercanías del punto de mejor foco, y este dato no se conoce a priori para colocar allí el plano receptor. El plano paraxial suele ser inadecuado. Es posible calcular la distancia focal posterior mediante un tratamiento estadístico de los rayos que salen de la última superficie, usando el criterio de que la imagen geométrica en presencia de aberraciones es aquel lugar donde es mínima la dispersión cuadrática de sus coordenadas transversales y, z .

Cualquier programa que grafique diagramas de puntos debe tener enfoque para que sea de alguna utilidad.

Para seguir debemos definir una cierta nomenclatura.

Dado un conjunto de cantidades $A_1, A_2 \dots A_N$, el valor medio se denota por el símbolo $\langle \rangle$, tal que

$$(4.104) \quad \langle A \rangle = \frac{\sum A_i}{N} \quad (i = 1, 2, \dots, N)$$

Y la dispersión cuadrática media por

$$(4.105) \quad \sigma_{AA} = \langle (A - \langle A \rangle)^2 \rangle$$

Resulta de la definición

$$(4.106) \quad \sigma_{AA} = \langle (A^2 - 2A\langle A \rangle + \langle A \rangle^2) \rangle = \langle A^2 \rangle - \langle A \rangle^2$$

Por analogía se puede definir sobre dos conjuntos A, B

$$(4.107) \quad \sigma_{AB} = \langle AB \rangle - \langle A \rangle \langle B \rangle$$

Aplicación de lo anterior a un haz de rayos.

Sean y_0, z_0 las coordenadas del rayo sobre el último plano tangente polar. Al propagarse una distancia x , será

$$(4.108) \quad y = y_0 + x \frac{l}{k} = y_0 + x L$$

$$(4.109) \quad z = z_0 + x \frac{m}{k} = z_0 + x M$$

Donde se definió $L = \frac{l}{k}$ y $M = \frac{m}{k}$ para mantener las fórmulas simples.

El foco es la coordenada x_f del plano donde $\sigma_{yy} + \sigma_{zz} = \text{mínimo}$.

Es

$$(4.110) \quad \langle y \rangle = \langle y_0 \rangle + x \langle L \rangle$$

$$(4.111) \quad \langle y \rangle^2 = \langle y_0 \rangle^2 + 2 x \langle y_0 \rangle \langle L \rangle + x^2 L^2$$

También

$$(4.112) \quad y^2 = y_0^2 + 2 x y_0 L + x^2 L^2$$

$$(4.113) \quad \langle y^2 \rangle = \langle y_0^2 \rangle + 2 x \langle y_0 L \rangle + x^2 \langle L^2 \rangle$$

Entonces

$$(4.114) \quad \sigma_{yy} = \langle y^2 \rangle - \langle y \rangle^2 = \sigma_{y_0 y_0} + 2 x \sigma_{y_0 L} + x^2 \sigma_{LL}$$

Hay una expresión similar para σ_{zz}

Luego

$$(4.115) \quad \sigma_{yy} + \sigma_{zz} = \sigma_{y_0 y_0} + \sigma_{z_0 z_0} + 2 x (\sigma_{y_0 L} + \sigma_{z_0 M}) + x^2 (\sigma_{LL} + \sigma_{MM})$$

El valor de x_f se obtiene anulando la derivada respecto de x

$$(4.116) \quad x_f = - \frac{\sigma_{y_0 L} + \sigma_{z_0 M}}{\sigma_{LL} + \sigma_{MM}}$$

Para el cálculo numérico se forman las sumas

$$(4.117) \quad S_{y_0} = \sum_N y_0 \quad ; \quad S_{y_0 L} = \sum_N y_0 L \quad ; \quad S_{LL} = \sum_N L^2 \quad \text{etc., similares}$$

Queda

$$(4.118) \quad x_f = \frac{S_{y_0} S_L + S_{z_0} S_M - N (S_{y_0 L} + S_{z_0 M})}{S_L^2 + S_M^2 - N (S_{LL} + S_{MM})}$$

Una continuación de este tratamiento puede incluir:

1) - Desplazamientos transversales e inclinaciones entre las superficies. Es útil para discutir tolerancias de montaje y algunos sistemas especiales.

2) - Superficies toroidales. Para sistemas muy especiales.

3) - Rayos difractados. Aunque parezca paradójico, existen, y se pueden definir a partir del principio de Fermat, que es más general que la ley de Snell. -Recordar que la ley de Snell puede derivarse del principio de Fermat-. Son muy útiles para estudiar espectroscopios con redes de difracción no planas, y se pueden generalizar para hologramas. (Una red de difracción es un caso elemental de holograma).

4) - Figura de difracción en lugar del diagrama de puntos. Se usa el trazado de rayos para aproximar el frente de onda en la pupila de salida y luego se aplican las ideas tratadas en las secciones difracción de Fraunhofer y aberraciones, usando la FFT (Fast Fourier Transform) en el cálculo numérico. Para evaluar un sistema colocado en el espacio es necesario este tratamiento.

(Por ejemplo, el telescopio Hubble pudo ser reparado gracias a que se modelizó precisamente su figura de difracción transmitida a Tierra).

5) - Medios anisótropos o inhomogéneos. Para estudiar cosas tales como los filtros de Lyot y Solc usados en observación solar.

6) - Difracción vectorial. Se abandona la aproximación escalar de Kirchhoff, y se pueden analizar comportamientos anómalos de las redes de difracción.

7) - Lo anterior es la evaluación del sistema óptico. Todos los parámetros que intervienen pueden colocarse luego en un procedimiento de optimización, donde se varían de tal modo de maximizar un criterio dado de calidad.

Lograr todo esto es una tarea muy compleja pero muy interesante.

Aberraciones de tercer orden.

El desarrollo de los sistemas ópticos precedió en mucho al de las computadoras, y eso dió lugar a la invención de sutiles teorías para obtener el máximo de información con el mínimo de cálculo numérico. La sutileza está principalmente en el manejo de las aproximaciones

Una condición para que las aproximaciones sean posibles es que todos los ángulos U de oblicuidad no sean grandes, de modo que pueda ponerse

$$(4.119) \quad \text{sen } U \approx U - \frac{U^3}{3}; \quad \text{cos } U \approx 1 - \frac{U^2}{2}$$

Si se retiene sólo el primer término, resultan las fórmulas paraxiales

Esta aproximación puede entonces llamarse paraxial extendida.

Aberración de rayo y de frente de onda.

Precisando más una definición anterior, se llama aberración de un rayo al segmento ubicado en el plano imagen paraxial que va desde la intersección del rayo paraxial a la intersección del rayo exacto.

Sus componentes son $\varepsilon_y, \varepsilon_z$.

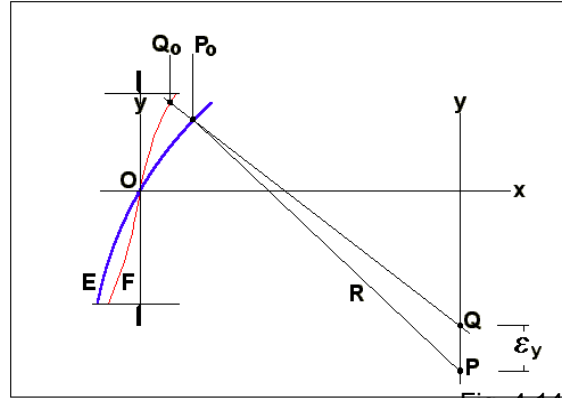


Fig. 4.14

También hay una definición alternativa en términos de frente de onda. En la Fig. 4.14, F es un frente de onda aberrado que emerge de la pupila de salida. La normal a F interseca el plano paraxial en Q , que puede tener componente en z .

E es la esfera con centro en el punto imagen paraxial P , y tiene un radio R tal que en el centro de la pupila se intersectan el eje óptico, la esfera y el frente de onda aberrado.

E se llama esfera de referencia.

Un radio de E la interseca en P_0 y a F en Q_0 .

El segmento $W = \overline{P_0Q_0}$ es la aberración del frente de onda.

W es función de las coordenadas sobre E , y aproximadamente la misma función sobre las coordenadas y, z en el plano de la pupila.

Si la imagen es perfecta F también es una esfera y $W \equiv 0$ por definición.

Pero aún así, puede aparecer una aberración si el centro de la esfera de referencia se desplace.

Si se desplace una cantidad ξ sobre el eje x , la aberración es una función cuadrática sobre la pupila: $W = A_1 (y^2 + z^2)$. (Fig. 4.15).

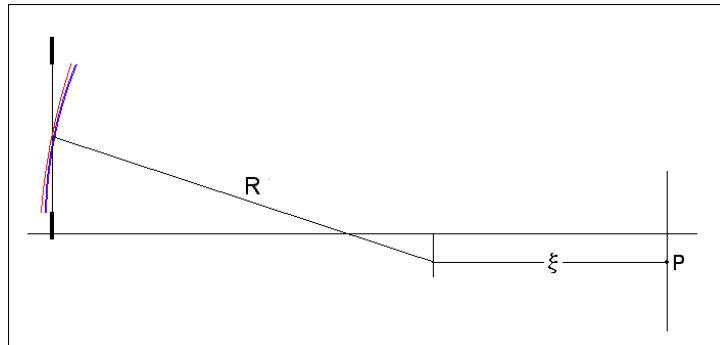


Fig. 4.15

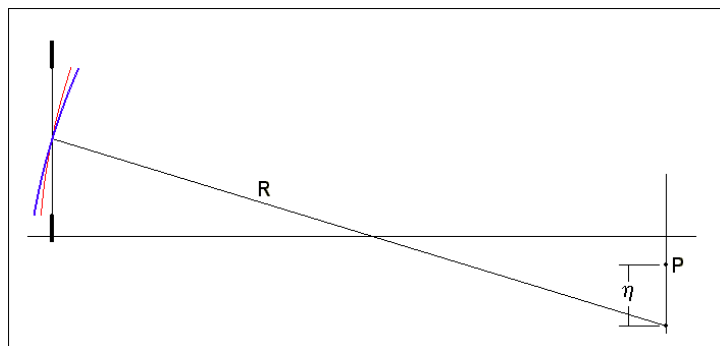


Fig. 4.16

Por supuesto, esto es una aproximación que vale si se acepta que R cambia de magnitud pero no de dirección, y las esferas son paraboloides.

Si el centro se desliza una cantidad η sobre el eje y , la aberración es una función lineal de y : $W = A_2 y$ (Fig. 4.16). Aquí aceptamos que R cambia de dirección pero no de magnitud.

En los dibujos hay que hacer un compromiso entre la exactitud y la visibilidad, pero las cantidades muy pequeñas involucradas son importantes si se las compara con la longitud de onda, que también es muy pequeña.

Por ahora dejemos el centro en el punto paraxial.

La normal al frente aberrado es un rayo exacto, y la normal a la esfera un rayo paraxial.

El ángulo entre ambos es aproximadamente $|\nabla W|$.

Al llegar al plano imagen paraxial sus coordenadas difieren en un segmento \overline{PQ} . Sus componentes $\varepsilon_y, \varepsilon_z$ son la aberración del rayo. Entonces, aproximadamente,

$$(4.120) \quad \varepsilon_y = R \frac{\partial W}{\partial y}$$

$$(4.121) \quad \varepsilon_z = R \frac{\partial W}{\partial z}$$

Notar que los sistemas de coordenadas y, z son idénticos sobre la pupila y sobre el plano paraxial.

Para cada punto objeto a diferente distancia al eje, o subtendiendo un diferente ángulo con él si el objeto está en el infinito; la forma de $W(y, z)$ es diferente.

Luego, W depende de dos parámetros h, k que son las coordenadas del punto objeto en su plano, o las tangentes de dirección si está en el infinito.

Entonces

$$(4.122) \quad W = W(y, z, h, k)$$

Deducción del polinomio de aberración por consideraciones de simetría

La expresión puede desarrollarse en serie, y para encontrar una forma simple conviene hacer consideraciones de simetría. Como el sistema óptico tiene simetría cilíndrica, una rotación en bloque de los sistemas y, z y h, k alrededor del eje x en un ángulo θ no altera W .

Para imaginarlo mejor, pensemos en girar el sistema óptico dejando fijas las coordenadas.

Esa invariancia de W implica que las variables y, z, h, k entran en combinaciones del tipo

$$(4.123) \quad y^2 + z^2 \quad ; \quad h^2 + k^2 \quad ; \quad y h + z k$$

Esto puede comprobarse con las fórmulas de transformación por rotación (Fig. 4.17).

$$(4.124) \quad Y = y \cos \theta - z \operatorname{sen} \theta \quad H = h \cos \theta - k \operatorname{sen} \theta$$

$$(4.125) \quad Z = y \operatorname{sen} \theta + z \cos \theta \quad K = h \operatorname{sen} \theta + k \cos \theta$$

Por ejemplo

$$\begin{aligned} ZK + YH &= \\ &= (y \operatorname{sen} \theta + z \cos \theta)(h \operatorname{sen} \theta + k \cos \theta) + (y \cos \theta - z \operatorname{sen} \theta)(h \cos \theta - k \operatorname{sen} \theta) \\ &= y h \operatorname{sen}^2 \theta + y k \operatorname{sen} \theta \cos \theta + z h \cos \theta \operatorname{sen} \theta + z k \cos^2 \theta + y h \cos^2 \theta \\ &\quad - y k \cos \theta \operatorname{sen} \theta - z h \operatorname{sen} \theta \cos \theta + z k \operatorname{sen}^2 \theta \\ &= (z k + y h) \operatorname{sen}^2 \theta + (z k + y h) \cos^2 \theta \\ &= z k + y h \end{aligned}$$

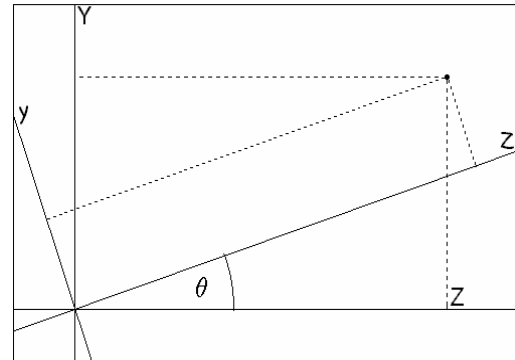


Fig. 4.17

La simetría también permite hacer cero idénticamente la coordenada k porque puede rotarse el sistema hasta que lo sea. Es decir, no se pierde generalidad si el objeto está en el plano meridional.

Entonces

$$(4.126) W = W(y^2 + z^2, y h, h^2) \\ = C + A_1 (y^2 + z^2) + A_2 y h + A_3 h^2 + \\ + B_1 (y^2 + z^2)^2 + B_2 (y^2 + z^2) y h + B_3 y^2 h^2 + B_4 (y^2 + z^2) h^2 + B_5 y h^3 + \\ + B_6 h^4 + \text{Términos de orden superior.}$$

Los términos A_i son lineales en las nuevas variables, y los términos B_i son cuadráticos.

Como E y F se intersectan en el centro de la pupila, $W(0,0,h) = 0$. Luego, los términos que no contengan y ó z se anulan. Es decir $C = A_3 = B_6 = 0$

Los términos A_1 y A_2 se anulan por estar la esfera de referencia centrada en el punto paraxial.

Los términos sobrevivientes son los $B_1 \dots B_5$, y no se anulan en principio.

Forman un polinomio en dos variables que produce un mapa de la pupila sobre el plano imagen paraxial.

Este mapa es la estructura de la imagen, o sea la imagen de un objeto puntual, se forma a partir de W con las ecuaciones (4.120), (4.121) y depende de la magnitud relativa de los coeficientes.

Las (4.120), (4.121) son de grado 3 en y, z, h y por eso a esta teoría se la llama "aproximación de tercer orden".

Estudio de cada término.

Veremos la forma de una imagen cuando W está compuesto de un solo término.

Cuando sea conveniente, se introducirán coordenadas polares sobre la pupila porque es más fácil de visualizar la correspondencia y la influencia de un diafragma.

Para simplificar tomamos $R = 1$

Aberración esférica

$$(4.127) \quad W = B_1 (y^2 + z^2)^2$$

$$(4.128) \quad \varepsilon_y = 4 B_1 y (y^2 + z^2) = 4 B_1 \rho^3 \cos \theta$$

$$(4.129) \quad \varepsilon_z = 4 B_1 z (y^2 + z^2) = 4 B_1 \rho^3 \sin \theta$$

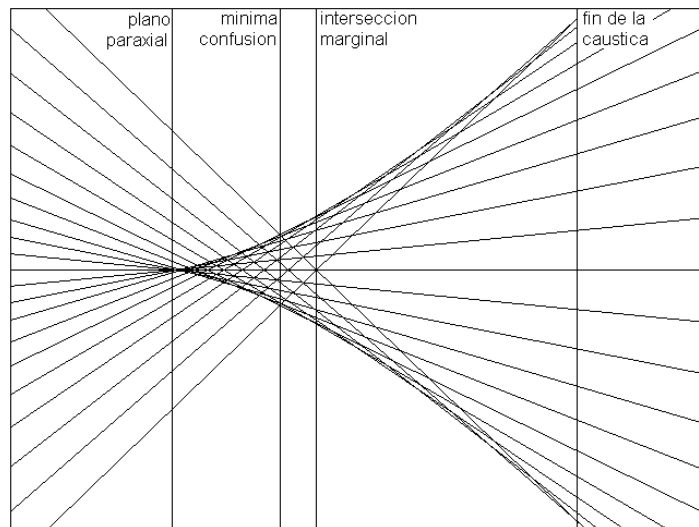


Fig. 4.18

Como W no depende de h , es la única aberración presente en el eje, y la forma es la misma en todo el plano imagen.

Cada círculo $\rho = \text{cte}$ en la pupila se transforma en un círculo de radio $4 B_1 \rho^3$.

En la Fig 4.18 se ven las trazas de estos círculos sobre el plano meridional. Pueden considerarse rayos, pero no son ni paraxiales ni exactos, son de tercer orden. En la pupila están equidistantes y en el plano imagen paraxial su distancias al eje son proporcionales a ρ^3 .

Se observa un abanico típico llamado cáustica. Si $B_1 > 0$ la punta está a la derecha del plano paraxial.

Corriendo el plano receptor se pasa por una zona donde los rayos están contenidos en un círculo de radio mínimo, llamado disco de mínima confusión. Está ubicado a $3/4$ del camino entre el plano paraxial y la intersección con el eje del rayo marginal, como puede comprobarse del gráfico y también analíticamente.

No necesariamente el disco de mínima confusión es el mejor foco. Las imágenes tienen por lo general un núcleo y un halo, y puede ser preferible un núcleo mas chico con un halo tenue. O sea, el mejor foco puede estar entre este disco y el plano paraxial.

La cáustica es la figura familiar que aparece en una taza de café

Ejercicio

Escribir un programa para generar estas figuras. (Programa CAUSTICA). Las versiones fuente y ejecutable se acceden desde la página de contenido.

Coma

$$(4.130) \quad W = B_2 (y^2 + z^2) y h$$

$$(4.131) \quad \varepsilon_y = B_2 h (3 y^2 + z^2) = B_2 h \rho^2 (2 + \cos 2\theta)$$

$$(4.132) \quad \varepsilon_z = 2 B_2 h y z = B_2 h \rho^2 \sin 2\theta$$

En (4.131) el paréntesis se transforma de esta manera

$$3 \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1 + 2 \cos^2 \theta = 2 + \cos^2 \theta - 1 + \cos^2 \theta = 2 + \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 2 + \cos 2\theta$$

Cuando se describe un círculo en la pupila, se describe dos veces un círculo en la imagen, con radio $B_2 \rho^2 h$ y centro en $\varepsilon_y = 2 B_2 \rho^2 h$. La Fig. 4.19(a) es simplemente el gráfico de las ecuaciones (4.131) y (4.132)

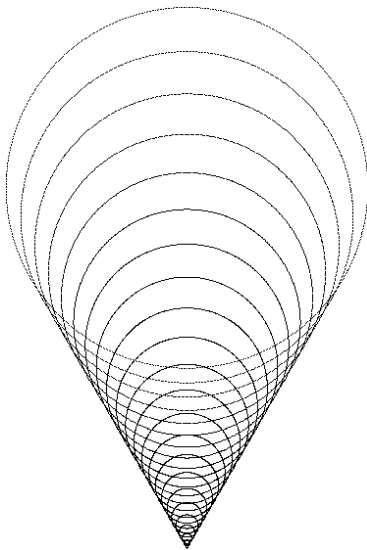
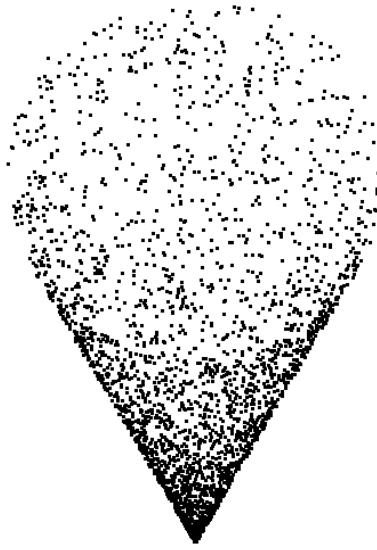


Fig 4.19 (a)



(b)



(c) Born y Wolf

Si $B_2 > 0$ el vértice apunta hacia el eje. La escala de la figura aumenta en forma proporcional a h .

La Fig.4.19(b) es la coma de un espejo parabólico obtenida por trazado de rayos. La imagen es más realista porque los rayos están distribuidos aleatoriamente sobre la pupila, y así puede verse en un telescopio común. La intensidad luminosa es proporcional a la densidad de rayos.

La Fig. 4.19(c) es la fotografía de una coma actual obtenida en laboratorio. La estructura fina se debe a la difracción y no suele verse en un telescopio de base terrestre.

La coma debe su nombre a la apariencia de cometa.

Curvatura de campo

$$(4.133) \quad W = B_4 h^2 (y^2 + z^2)$$

$$(4.134) \quad \varepsilon_y = 2 B_4 h^2 y$$

$$(4.135) \quad \varepsilon_z = 2 B_4 h^2 z$$

La curvatura de campo y el astigmatismo se discuten con más claridad si introducimos un corrimiento axial ξ del centro de la esfera de referencia. Como se vió antes, esto puede considerarse una aberración, es de primer orden y se llamará defoco. En la Fig. 4.20 el cono de luz converge al punto P sin aberración.

Se toma una esfera de referencia corrida en ξ , de radio $R - \xi$, con $\xi \ll R$.

La aberración del frente de onda es

$$(4.136) \quad W_{defoco} = \left(\frac{1}{2(R-\xi)} - \frac{1}{2R} \right) (y^2 + z^2) \approx \frac{\xi}{2R^2} (y^2 + z^2)$$

Y como se tomó $R = 1$,

$$(4.137) \quad \varepsilon_y = \xi y$$

$$(4.138) \quad \varepsilon_z = \xi z$$

Se puede llegar al mismo resultado por vía más corta considerando triángulos semejantes

$$\frac{\varepsilon_y}{\xi} = \frac{y}{R}$$

Incluyendo un defoco, la aberración es

$$(4.139) \quad \varepsilon_y = 2 B_4 h^2 y + \xi y$$

$$(4.140) \quad \varepsilon_z = 2 B_4 h^2 z + \xi z$$

La imagen es puntual si $\xi = -2 B_4 h^2$. El corrimiento ξ es función cuadrática de h , y también de la altura de la imagen, porque a nivel paraxial, ésta es proporcional a la del objeto

Luego, la imagen es puntual sobre una superficie cuadrática (\approx esférica). Si $B_4 > 0$ la concavidad da hacia la izquierda. Esta aberración no afecta la definición de la imagen si la superficie detectora se curva adecuadamente.

Astigmatismo

$$(4.141) \quad W = B_3 y^2 h^2$$

$$(4.142) \quad \varepsilon_y = 2 B_3 h^2 y$$

$$(4.143) \quad \varepsilon_z = 0$$

Este término produce un frente de onda que tiene distinta curvatura en la dirección y , o sea en el plano meridional, y en el plano sagital la curvatura es sólo la de la esfera de referencia.

Incluyendo un defoco, la aberración es

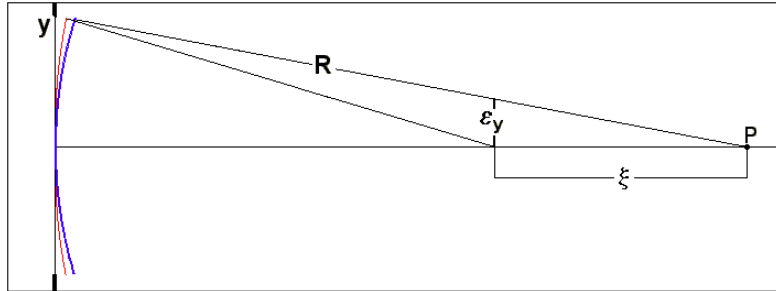


Fig. 4.20

$$(4.144) \quad \varepsilon_y = 2 B_3 h^2 y + \xi y$$

$$(4.145) \quad \varepsilon_z = \xi z$$

Vemos que si $\xi = 0$, la imagen es un segmento de longitud $2 B_3 h^2 y$ sobre el plano meridional. Si $\xi = -2 B_3 h^2$, es un segmento de la misma longitud perpendicular al anterior, y en un punto intermedio ambas componentes tienen una magnitud igual a la mitad de esos segmentos. Aquí también se forma un círculo de mínima confusión análogo al de la aberración esférica.

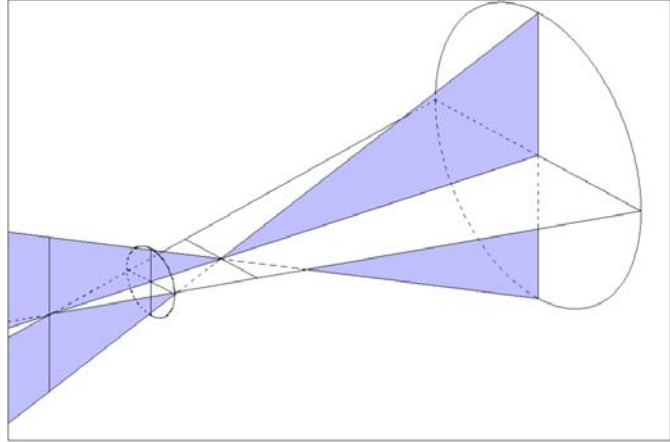


Fig. 4.21

La fig. 4.21 muestra la estructura de un haz astigmático.

Por el factor h^2 , los lugares donde la aberración tiene esa forma están sobre superficies curvas, y sus curvaturas dependen de la contribución conjunta de los coeficientes B_3 y B_4 .

Para decir algo más intuitivo, la imagen de una rueda de carro (si su eje coincide con el eje óptico), enfocada sobre el plano paraxial tiene los rayos nítidos y la llanta borrosa; corriendo el foco se llega a una posición en que la llanta es nítida y los rayos borrosos y en el punto medio hay un compromiso de nitidez.

Distorsión

$$(4.146) \quad W = B_5 y h^3$$

$$(4.147) \quad \varepsilon_y = B_5 h^3$$

$$(4.148) \quad \varepsilon_z = 0$$

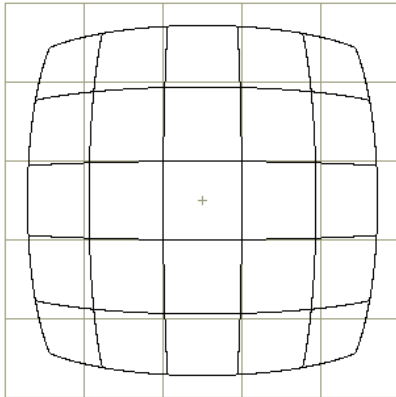
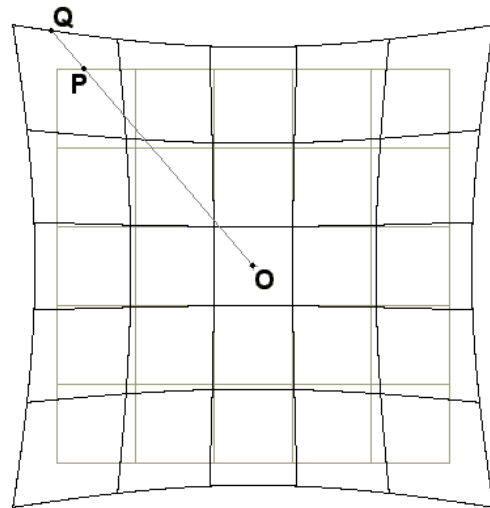


Fig 4.22. (a)



(b)

Esta aberración no depende de las coordenadas sobre la pupila, o sea, la imagen es puntual pero su posición está desplazada lateralmente, y ya no es su altura proporcional a la del objeto.

En las figuras 4.22 (a) y (b) aparece la imagen de una retícula sobre el plano paraxial.

Es una imagen extensa elegida para explicar la aberración y no una figura de aberración.

Para entender más claramente cómo se forma la imagen de la retícula, recordar que siempre es posible colocar el punto objeto sobre el plano meridional.

El segmento \overline{OP} es h , y el \overline{OQ} va del eje a la intersección aberrada.

Es

$$(4.149) \quad \overline{PQ} = B_5 h^3$$

O sea

$$(4.150) \quad \overline{OQ} = h (1 + B_5 h^2)$$

La figura (a) es para $B_5 < 0$ y la (b) para igual valor positivo.

La imagen correcta puede lograrse por restitución, conociendo el valor de B_5 .

Ejercicio.

Escribir un programa para generar estas figuras. (Programa DISTORSI). Las versiones fuente y ejecutable se acceden desde la página de contenido.

Aberraciones a la carta

La estructura de la imagen dada por un sistema óptico operando en el régimen de tercer orden será una composición de las formas puras vistas antes. En la figura 4.23 hay varios ejemplos. En cada imagen hay una proporción arbitraria de aberración esférica, coma, astigmatismo y defoco, y se la define por la condición de que si cada aberración se presenta pura en el foco, un valor 100 llena el marco cuadrado. Las figuras se generan a partir del polinomio de aberración, sin estar ligadas a un sistema óptico. El tamaño y la posición se ajustan manualmente a posteriori, de modo que las figuras no están a la misma escala

Ejercicio

Escribir un programa para generar estas figuras. (Programa ABALACAR). Las versiones fuente y ejecutable se acceden desde la página de contenido.

Las fórmulas anteriores valen para la región paraxial extendida, en el mismo sentido que un desarrollo en serie con dos términos vale en un intervalo más extenso que con uno solo.

Luego del tercer orden viene el quinto, séptimo, etc.

Todos los sistemas ópticos tienen el mismo tipo de aberraciones; lo que difiere de uno a otro es la magnitud de los coeficientes. *Es más, en la deducción del polinomio de aberración no se mencionó la ley de Snell, sino sólo las propiedades de simetría. Luego, lo anterior vale también para, por ejemplo, un microscopio electrónico.*

Lo más importante de los coeficientes de tercer orden es que pueden calcularse en términos de los parámetros del sistema, y son el resultado de una suma sobre las superficies, de modo que pueden identificarse aquellas que más contribuyen a la aberración.

Las fórmulas son una aproximación al trazado de rayos, y pueden generarse diagramas de puntos sintéticos, al tercer orden. En la medida que el campo y la apertura disminuyan, deben confundirse con los diagramas generados por trazado de rayos.

La generación de estos diagramas sintéticos implica calcular los valores numéricos de los coeficientes en función de los parámetros constructivos,

...Y quedará para otra oportunidad...

Fig. 4.23

